



DIGITALNA LOGIKA

Aritmetički sklopovi

Zdravko Kunić
zdravko.kunic@algebra.hr



Aritmetički sklopovi

Ishod
učenja 6

Analizirati digitalni sklop za izvođenje elementarnih aritmetičko/logičkih funkcija.
Izraditi logičku shemu složenog digitalnog sklopa za izvođenje aritmetičko/logičkih funkcija

Sadržaj predavanja

- Zbrajalo/oduzimalo
 - nepotpuno, potpuno, paralelno
- Sklop za posmak
- ALU – aritmetičko-logička jedinica (Arithmetic-Logic Unit)
 - aritmetička sekcija
 - logička sekcija
- Struktura digitalnog sustava (računala)

Digitalna aritmetika

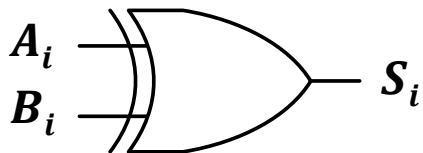
Sve aritmetičke operacije se svode na
binarno zbrajanje u modulu

- Moguće je serijsko i paralelno izvođenje
- Algoritmi i sklopovi za strojno provođenje aritmetičkih operacija bazirani su na jednostavnim **ponavljajućim manipulacijama**

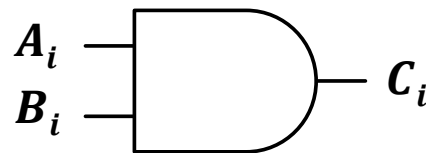
Zbrajanje dviju binarnih znamenaka

A_i	B_i	S_i	C_i
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

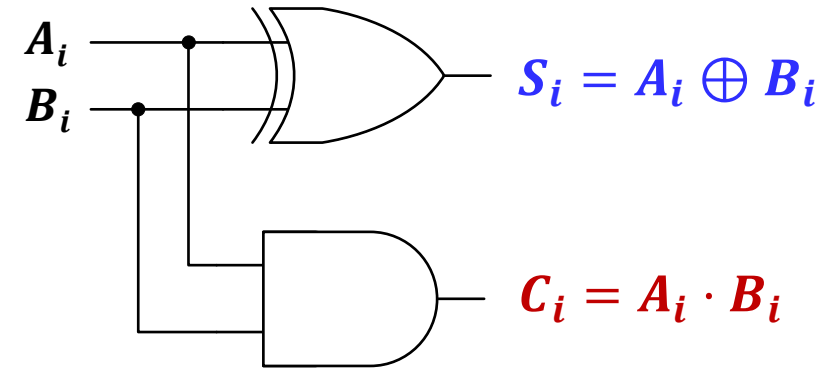
XOR funkcija
Suma u modulu 2
 $S_i = A_i \oplus B_i$



I funkcija
Prijenos
 $C_i = A_i \cdot B_i$

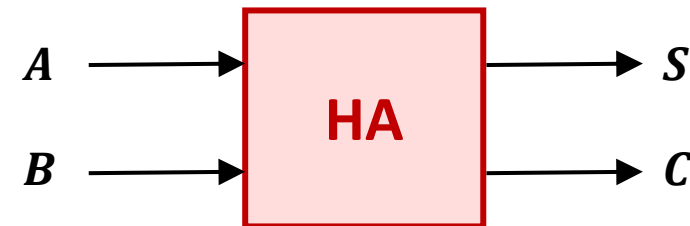
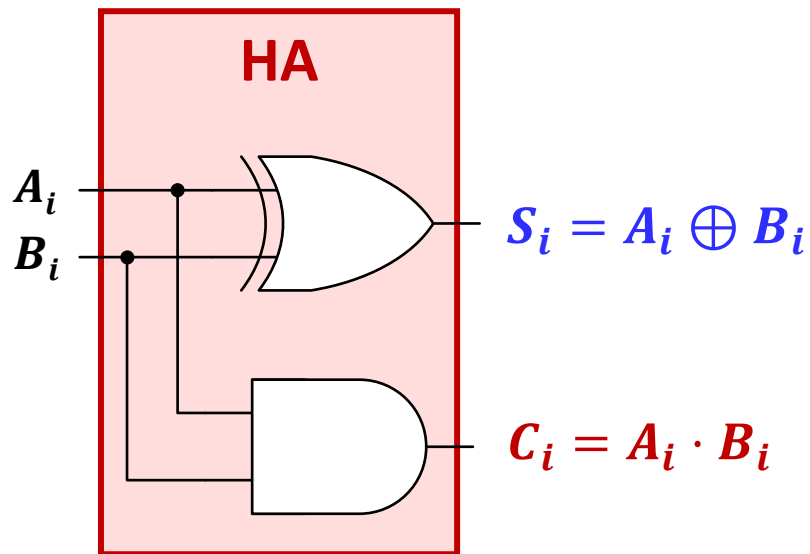


Poluzbrajalo



Poluzbrajalo (engl. *half-adder*)

- Kombinacijski sklop za zbrajanje **dviju** binarnih znamenaka s dva ulaza



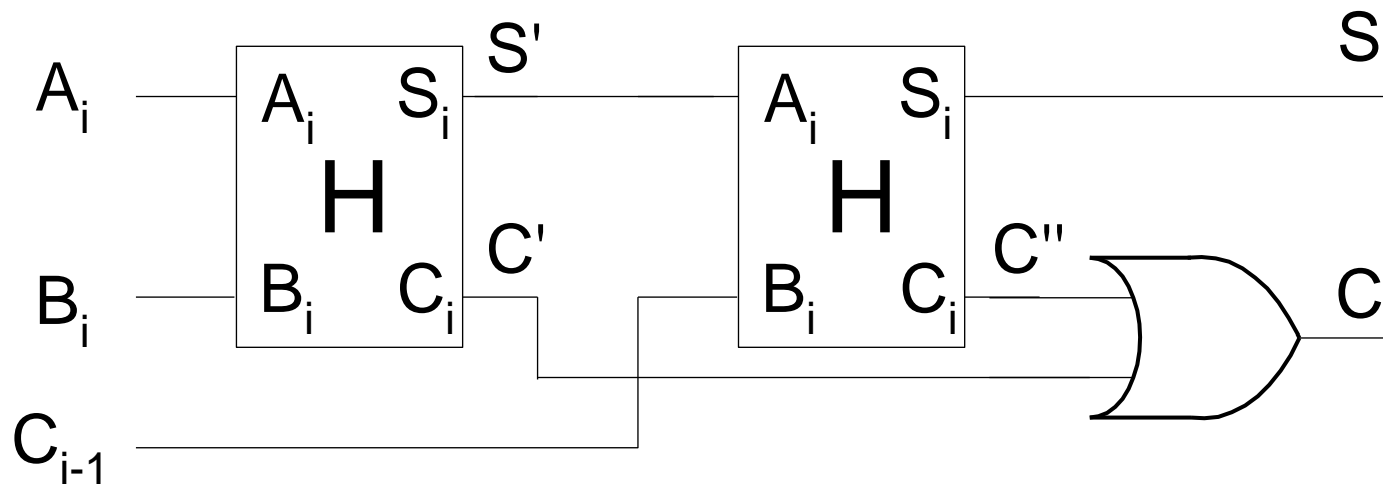
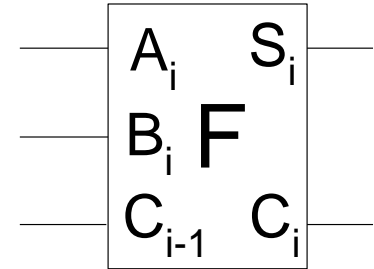
Zbrajanje triju binarnih znamenaka

Pribrajanje prijenosa iz
prethodne operacije:

A_i	B_i	C_{i-1}	2^0 S_i	2^1 C_i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

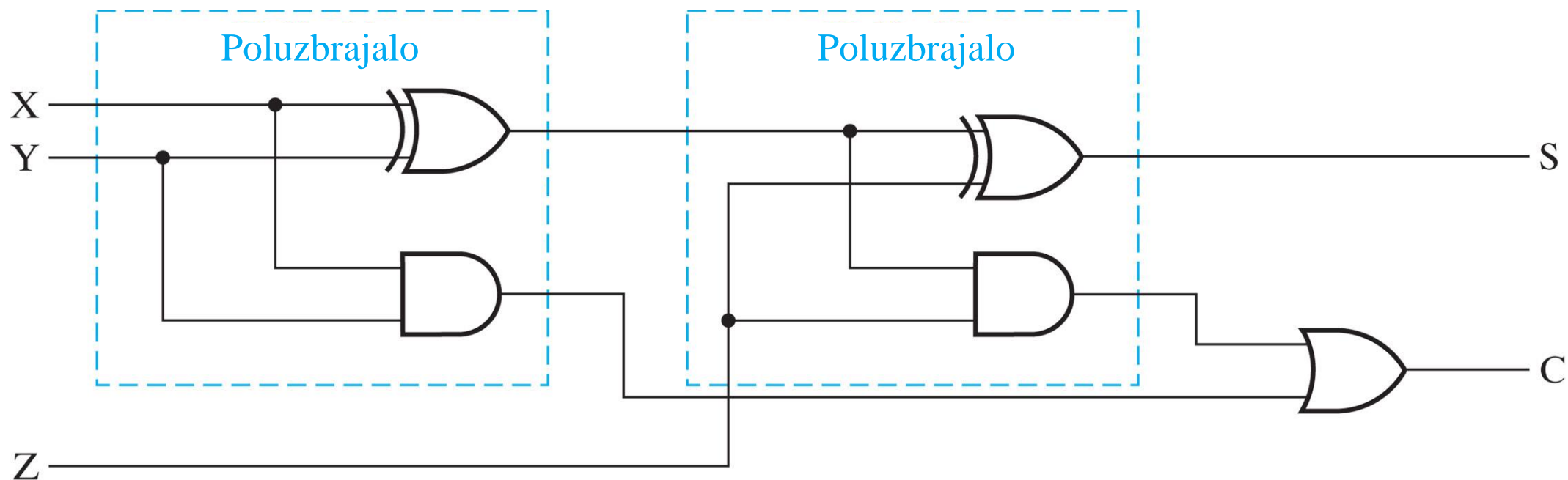
Potpuno zbrajalo

- Kombinacijski sklop za zbrajanje **triju** binarnih znamenaka s **tri** ulaza izveden s **dva** poluzbrajala



A_i	B_i	C_{i-1}	2^0 S_i	2^1 C_i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

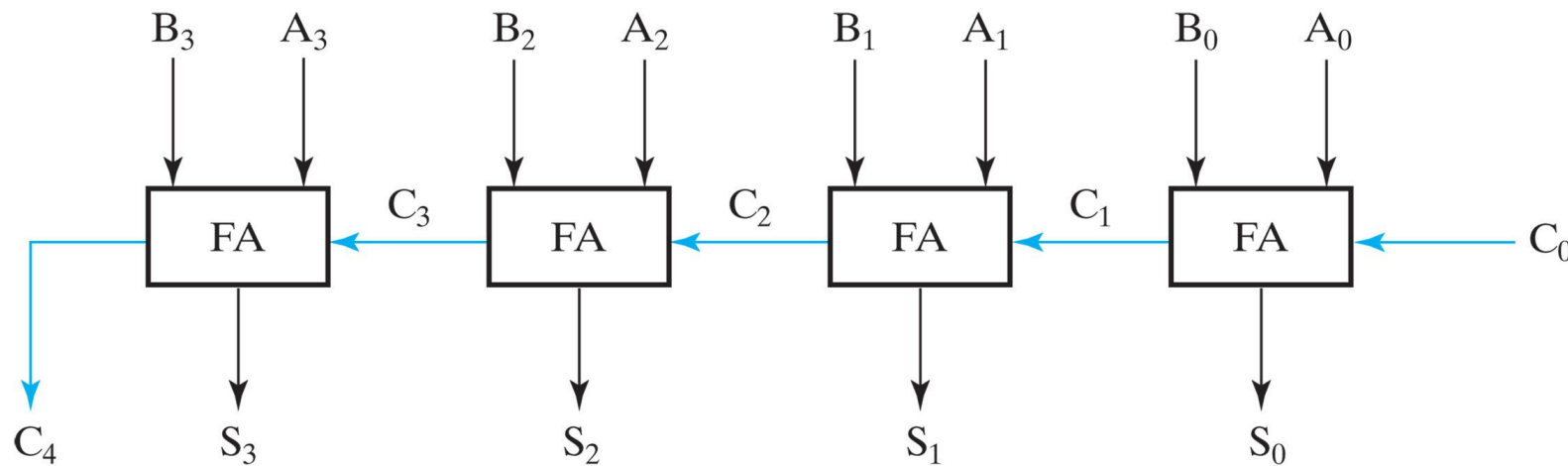
Potpuno zbrajalo (engl. *full-adder*)



Copyright ©2016 Pearson Education, All Rights Reserved

Aritmetička sekcija

- Osnovna komponenta jednog stupnja aritmetičke sekcije je **potpuno zbrajalo**
- Kaskadnim povezivanjem n stupnjeva dobiva se paralelno zbrajalo koje zbraja dvije riječi duljine n bita
- Zadnji stupanj ima izlaz C_n koji se upisuje u statusni registar C.



Copyright © 2016 Pearson Education, All Rights Reserved

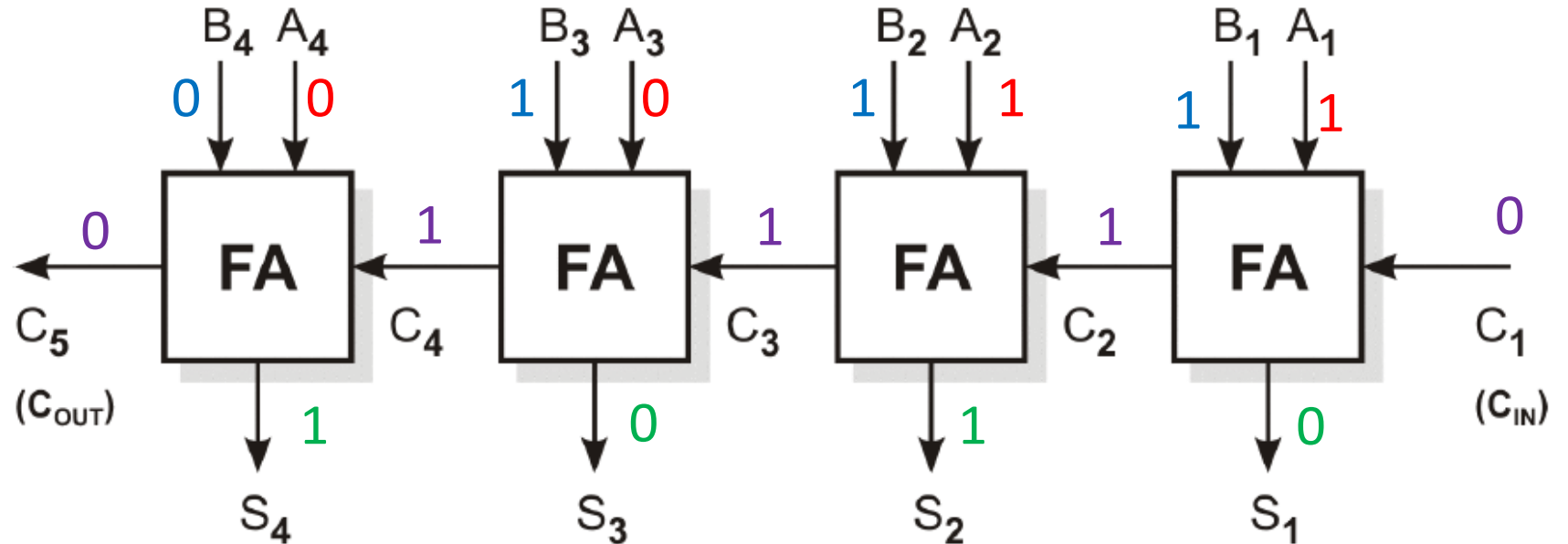
Primjer zbrajanja višebitnih brojeva

- 4-bitno paralelno zbrajalo: $3+7=10$

A = 3 = 0011

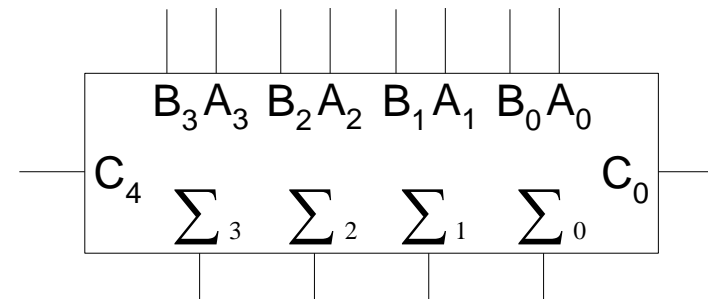
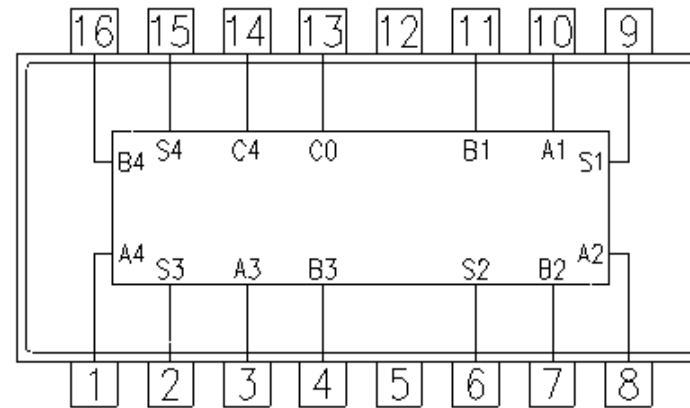
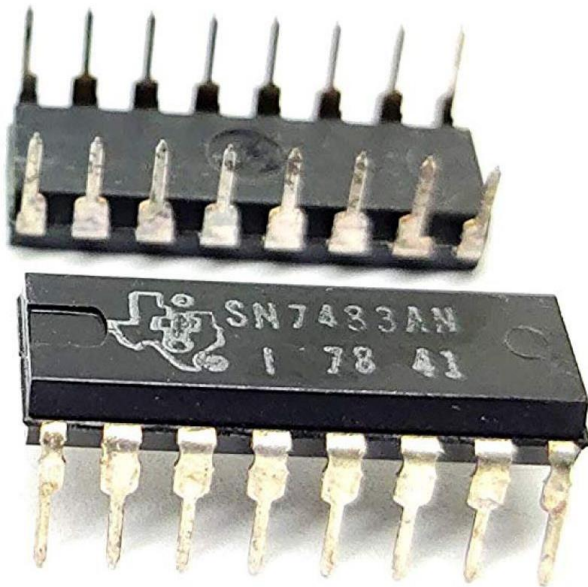
B = 7 = 0111

$\Sigma = 10 = 1010$



Zbrajanje višebitnih brojeva

- Primjer integriranog sklopa (7483) s mogućnošću kaskadiranja



Oduzimanje dviju binarnih znamenaka

X_i	Y_i	D_i	B_i
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

XOR funkcija

Suma u modulu 2

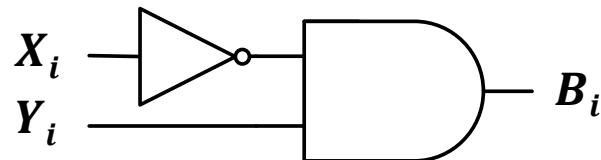
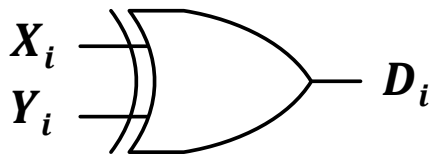
$$S_i = X_i \oplus Y_i$$

Funkcija inhibicije

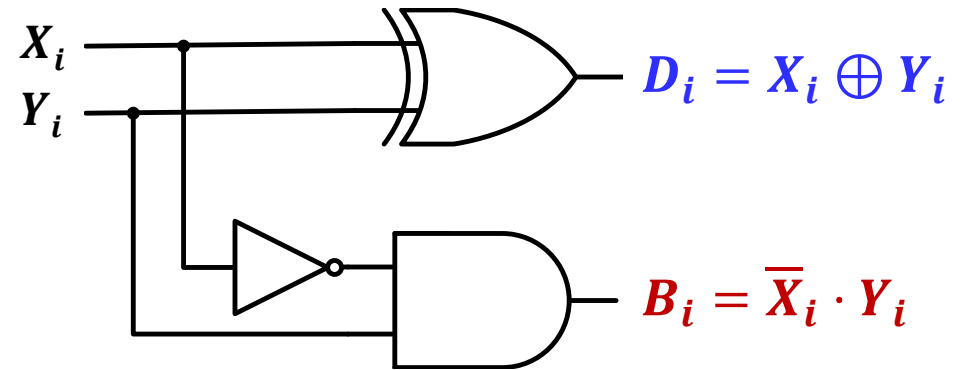
(ako je $Y=1$ onda je $B=X$, inače $B=0$)

B = bit posudbe (engl. borrow)

$$B_i = \bar{X}_i \cdot Y_i$$

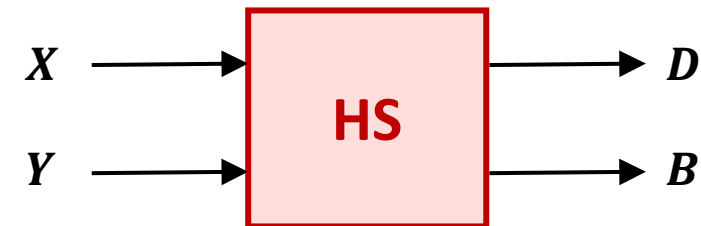
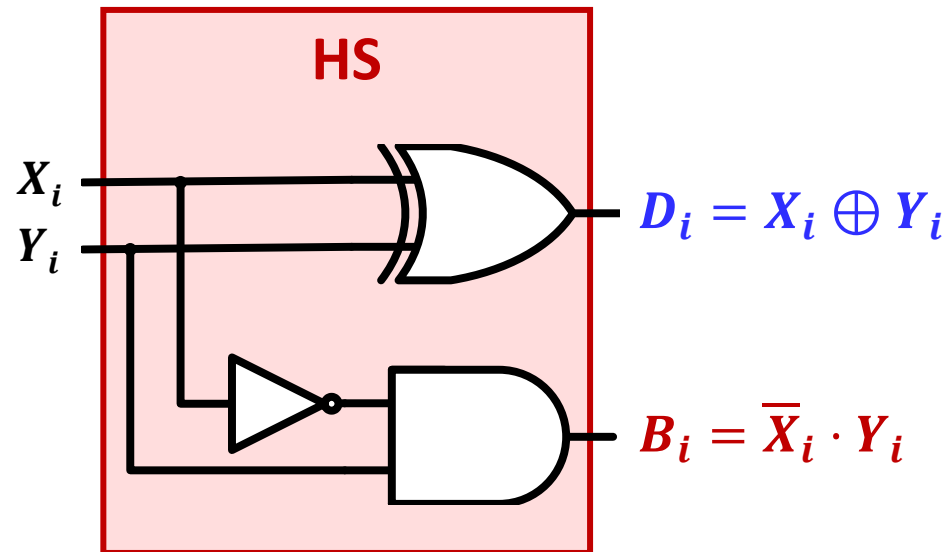


Poluoduzimalo



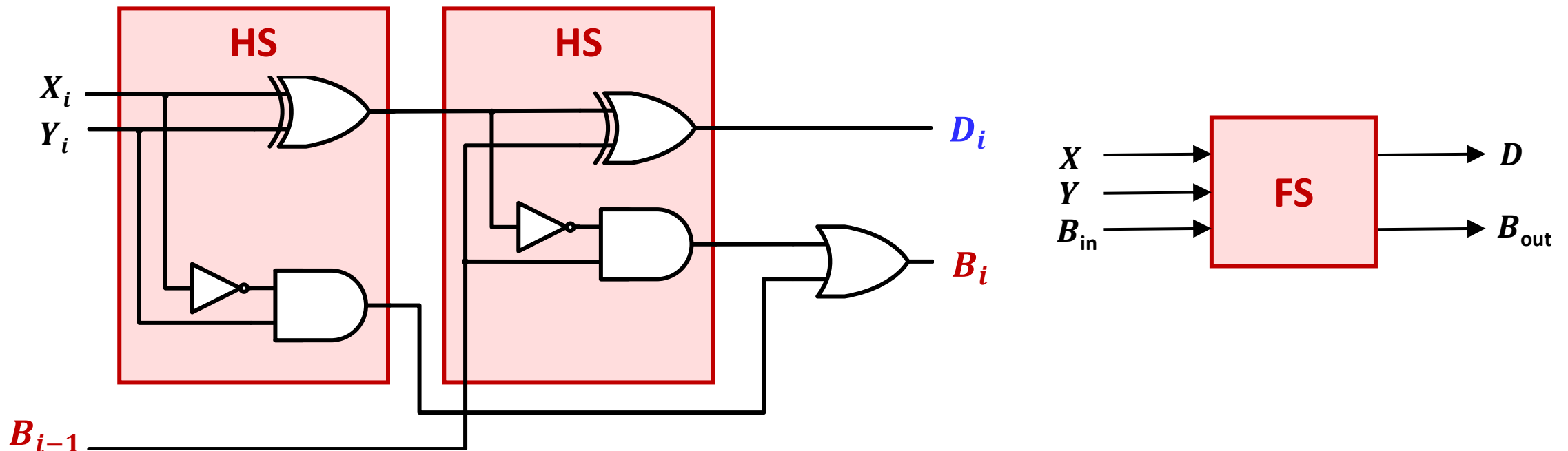
Poluoduzimalo (engl. *half-subtractor*)

- Kombinacijski sklop za oduzimanje **dvije** binarne znamenke



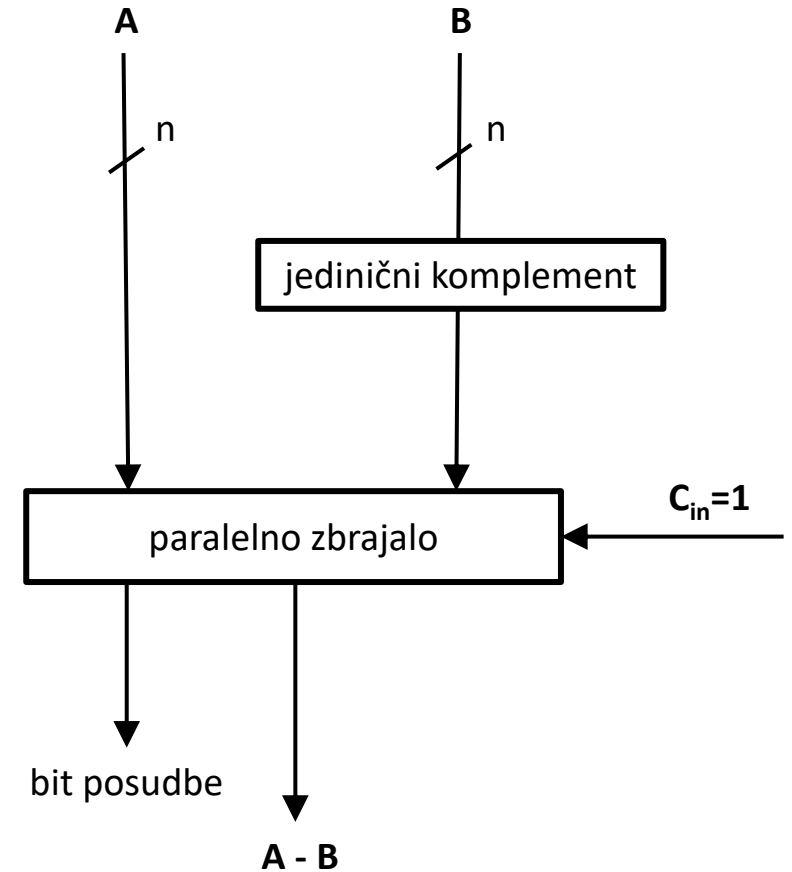
Potpuno oduzimalo (engl. *full-subtractor*)

- Uporabom dvaju poluoduzimala može se dobiti *potpuno oduzimalo*

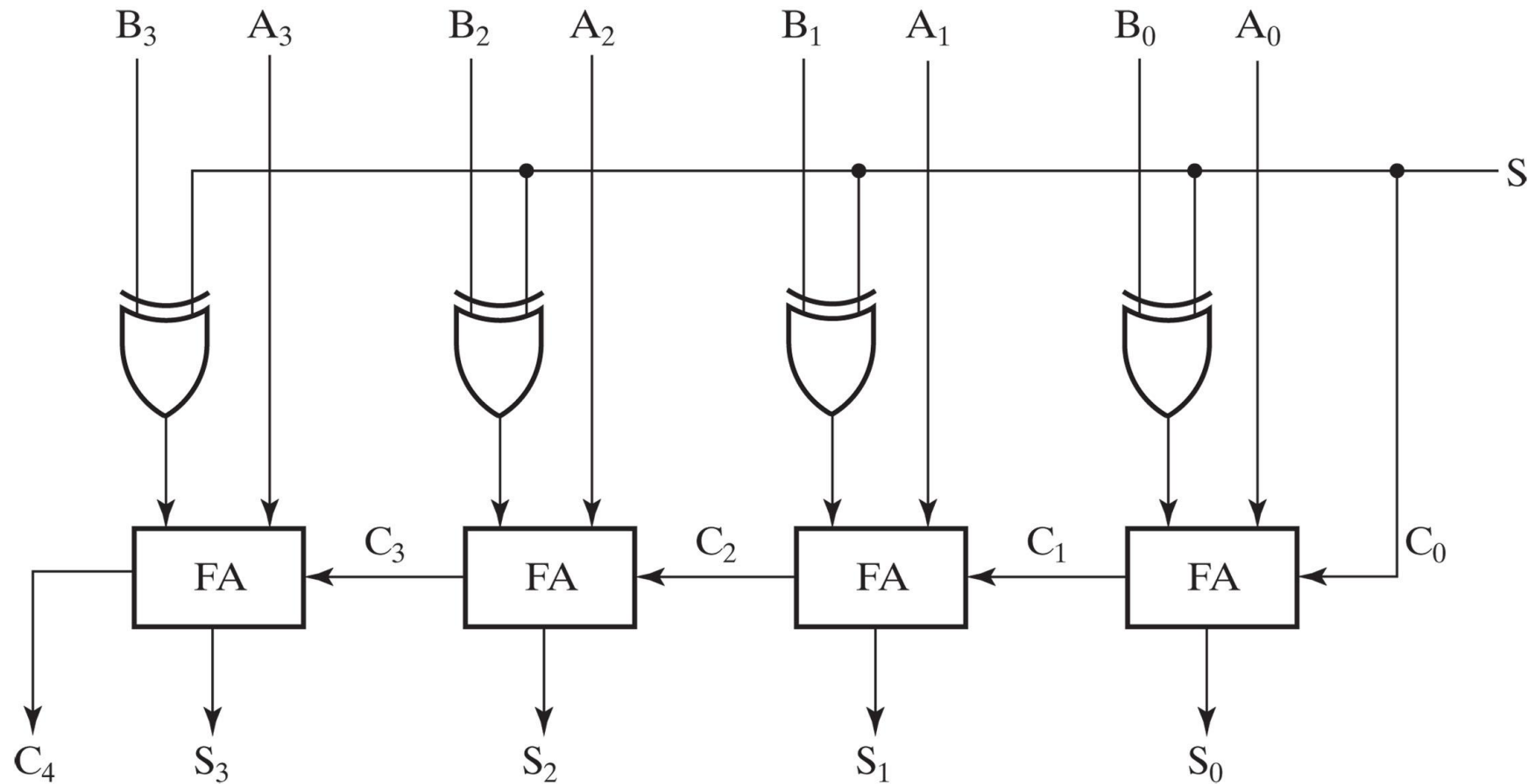


Oduzimanje pomoću dvojnog komplementa binarnog broja

- Oduzimanje se može izvesti operacijom **zbrajanja** dvojnog (potpunog) komplementa umanjitelja (suptrahenda)
- Dvojni komplement operanda B dobiva se tako da se njegovom jediničnom komplementu pribroji $C_{in} = 1$



Sklop za zbrajanje i oduzimanje



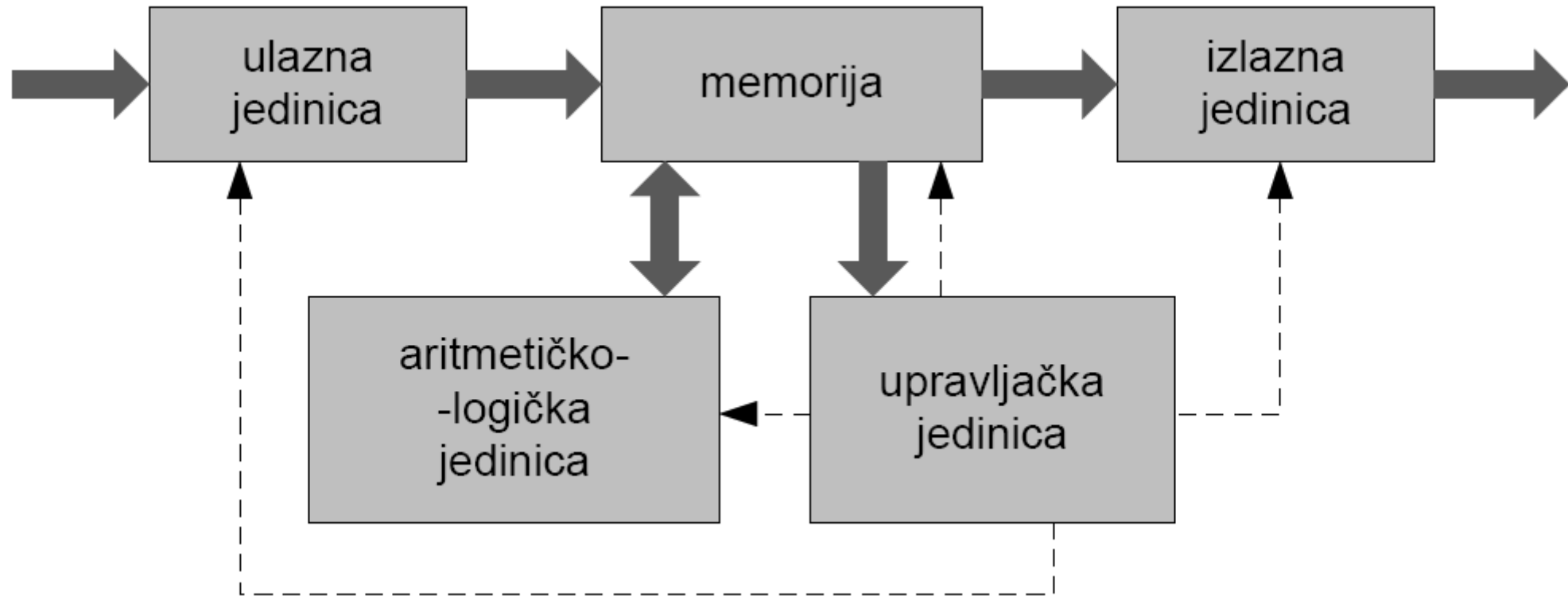
Copyright ©2016 Pearson Education, All Rights Reserved

Digitalni sustav (računalo)

- Sastoji se od sljedećih funkcijskih cjelina (podsustava):
 - ulazna jedinica
 - izlazna jedinica
 - memorija
 - aritmetičko-logička jedinica
 - upravljačka jedinica

Uređaj koji ima sve navedene dijelove može obrađivati podatke (obavljati aritmetičke i logičke operacije) i donositi odluke na temelju unaprijed zadanih instrukcija koje se nazivaju **program**.

Osnovna struktura digitalnog sustava



Osnovna struktura digitalnog sustava

- **Aritmetičko-logička jedinica**

- višefunkcijski digitalni kombinacijski sklop („radni” dio procesora)
- uzima ulazne podatke i operande, izvodi izabrane osnovne aritmetičke i logičke operacije te vraća rezultat i status operacije.
- donosi odluke u skladu s programom

- **Memorija**

- pamti ulazne podatke, instrukcije, međurezultate i krajnje rezultate te omogućuje njihov dohvat kad je to potrebno

- **Upravljačka jedinica**

- generira odgovarajuće električne signale koji upravljaju radom svih ostalih jedinica

- **Izlazna jedinica**

- preuzima podatke iz memorije i šalje ih korisniku

Procesor

- Obavlja obradu podataka nad cijelim i racionalnim brojevima pomoću aritmetičkih i logičkih operacija
- Sastoji se od:
 - registara
 - aritmetičko-logičke jedinice
 - upravljačke jedinice

Aritmetičko-logička jedinica (ALU)

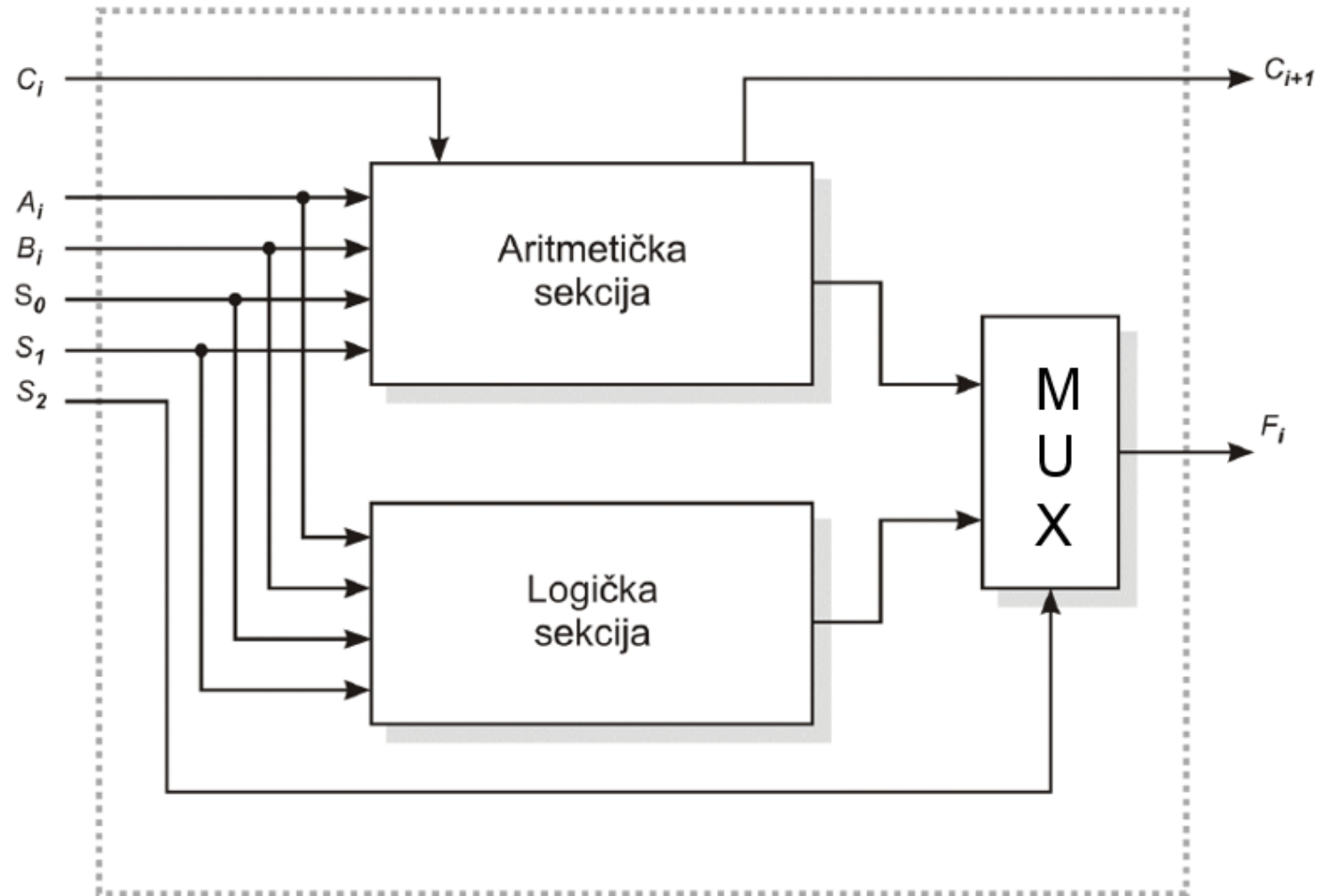
- **jedinica za aritmetičke operacije (binarno zbrajalo)**
 - zbrajanje
 - oduzimanje (zbrajanje negativnih brojeva predodređenih u notaciji potpunog komplementa)
- **jedinica za logičke operacije**
 - I, ILI, NE, EX-ILI
- **sklop za posmak**
 - množenje, dijeljenje (ponavljajući slijed zbrajanja/oduzimanja i posmaka)

i -ti stupanj ALU

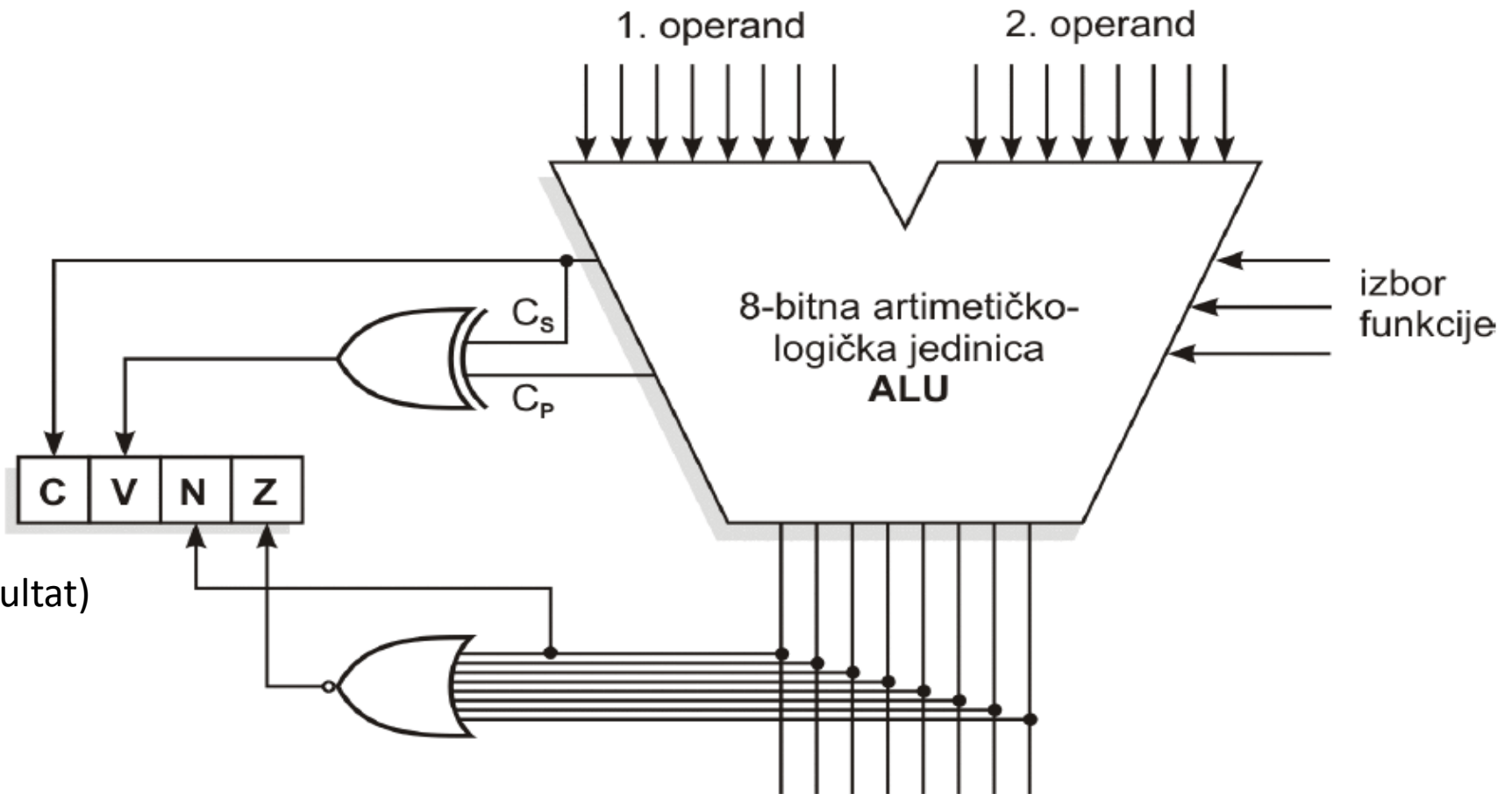
A i B = operandi

S_0 i S_1 = izbor funkcije

S_2 = izbor sekcije

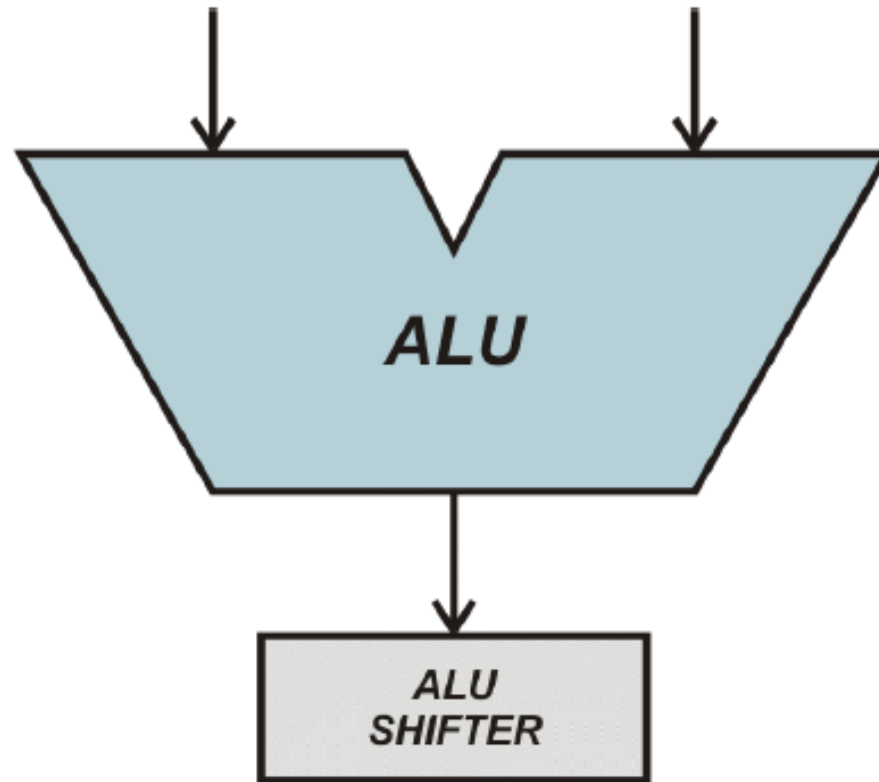


Veza ALU – statusni registar



C – carry (prijenos)
V – overflow (preljev)
N – negative (negativan rezultat)
Z – zero (rezultat je nula)

Veza između ALU i sklopa za posmak



Sklop za posmak (engl. *shifter*)

- smješten na izlazu ALU i povezan sa sabirnicom
- prenosi rezultat aritmetičke ili logičke operacije na sabirnicu:
 - izravno bez posmaka
 - s posmakom ulijevo ili udesno
- može biti izveden kao:
 - **sekvencijski sklop** (dvosmjerni posmačni registar)
 - **kombinacijski sklop** (mreža multipleksora)

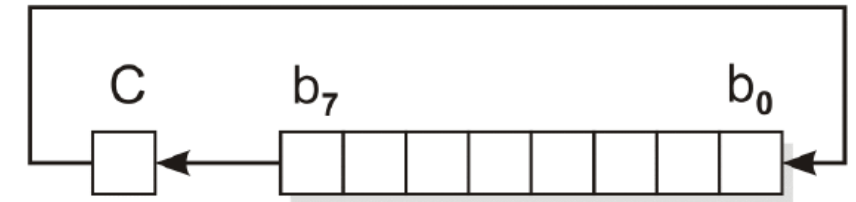
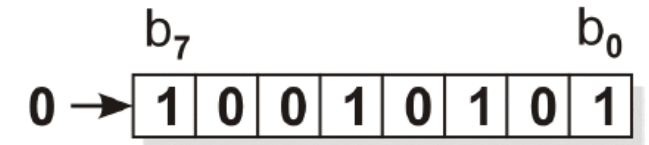
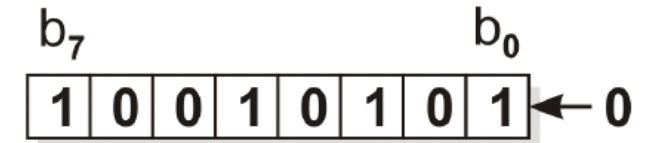
Vrste posmaka

- **Logički**

- posmak cijelih brojeva **bez predznaka**
- posmak udesno: **umetanje 0 slijeva**
- posmak ulijevo: **umetanje 0 zdesna**

- **Aritmetički**

- posmak cijelih brojeva **s predznakom** (2-komplement)
- posmak udesno: **ponavljanje najznačajnijeg bita** (bit predznaka) radi ispravne interpretacije posmaknutog broja (dijeljenje)
- posmak ulijevo: **umetanje 0 zdesna** (množenje)
- kružni posmak: "**rotiranje**" bitovnog uzorka

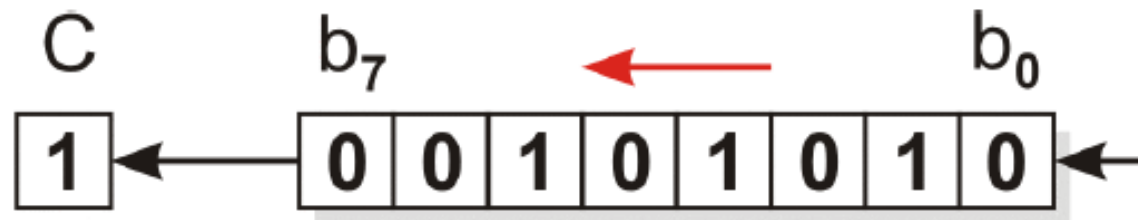
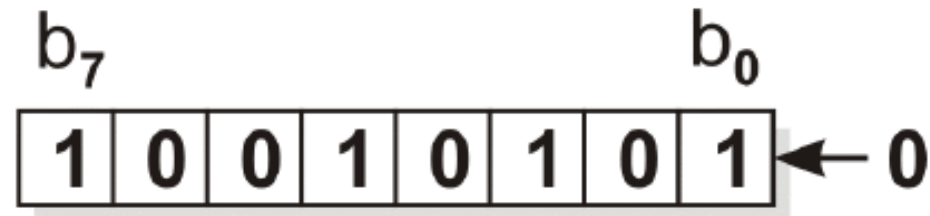


Primjer: posmak brojeva udesno

- posmak broja: $F0_{16} = 1111\ 0000_2$
 - aritmetički: $1111\ 0000 \gg 2 \rightarrow \mathbf{11}11\ 1100\ (FC)$
 - logički: $1111\ 0000 \gg 2 \rightarrow \mathbf{00}11\ 1100\ (3C)$
- posmak broja: $5050_{16} = 0101\ 0000\ 0101\ 0000_2$
 - aritmetički: $0101\ 0000\ 0101\ 0000 \gg 4 \rightarrow \mathbf{0000}\ 0101\ 0000\ 0101$
 - logički: *isti kao aritmetički!*
- posmak broja: $BBCC_{16} = 1011\ 1011\ 1100\ 1100_2$
 - aritmetički: $1011\ 1011\ 1100\ 1100 \gg 4 \rightarrow \mathbf{1111}\ 1011\ 1011\ 1100$
 - logički: $1011\ 1011\ 1100\ 1100 \gg 4 \rightarrow \mathbf{0000}\ 1011\ 1011\ 1100$

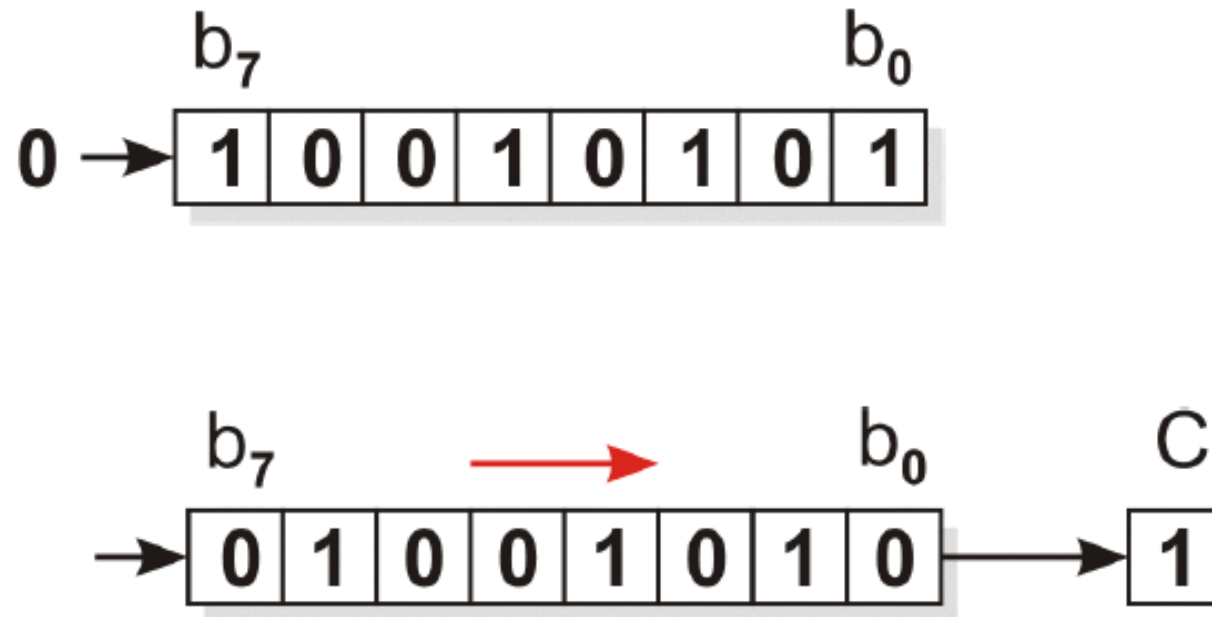
Primjer ASL

- **Aritmetički posmak ulijevo:** (engl. *Arithmetic Shift Left*)



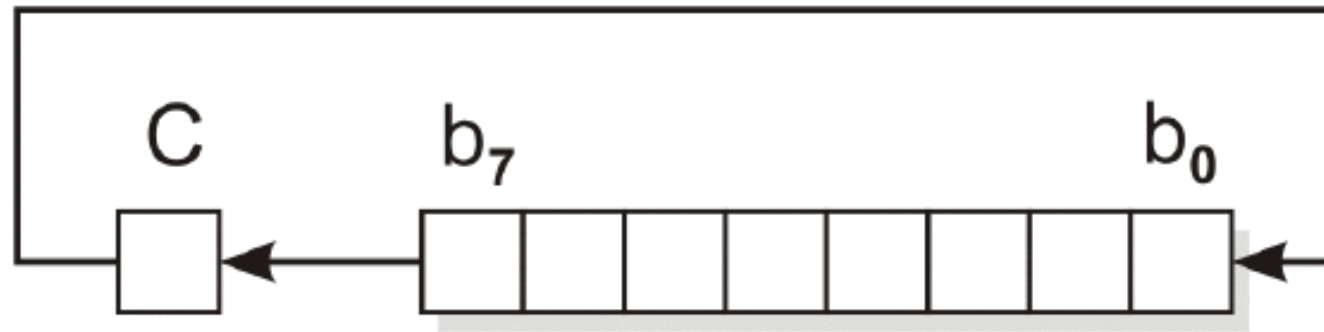
Primjer LSR

- Logički posmak udesno (engl. *Logic Shift Right*)



Primjer ROL

- Kružni posmak ulijevo (engl. *Rotate Left*)



Kombinacijski sklop za posmak

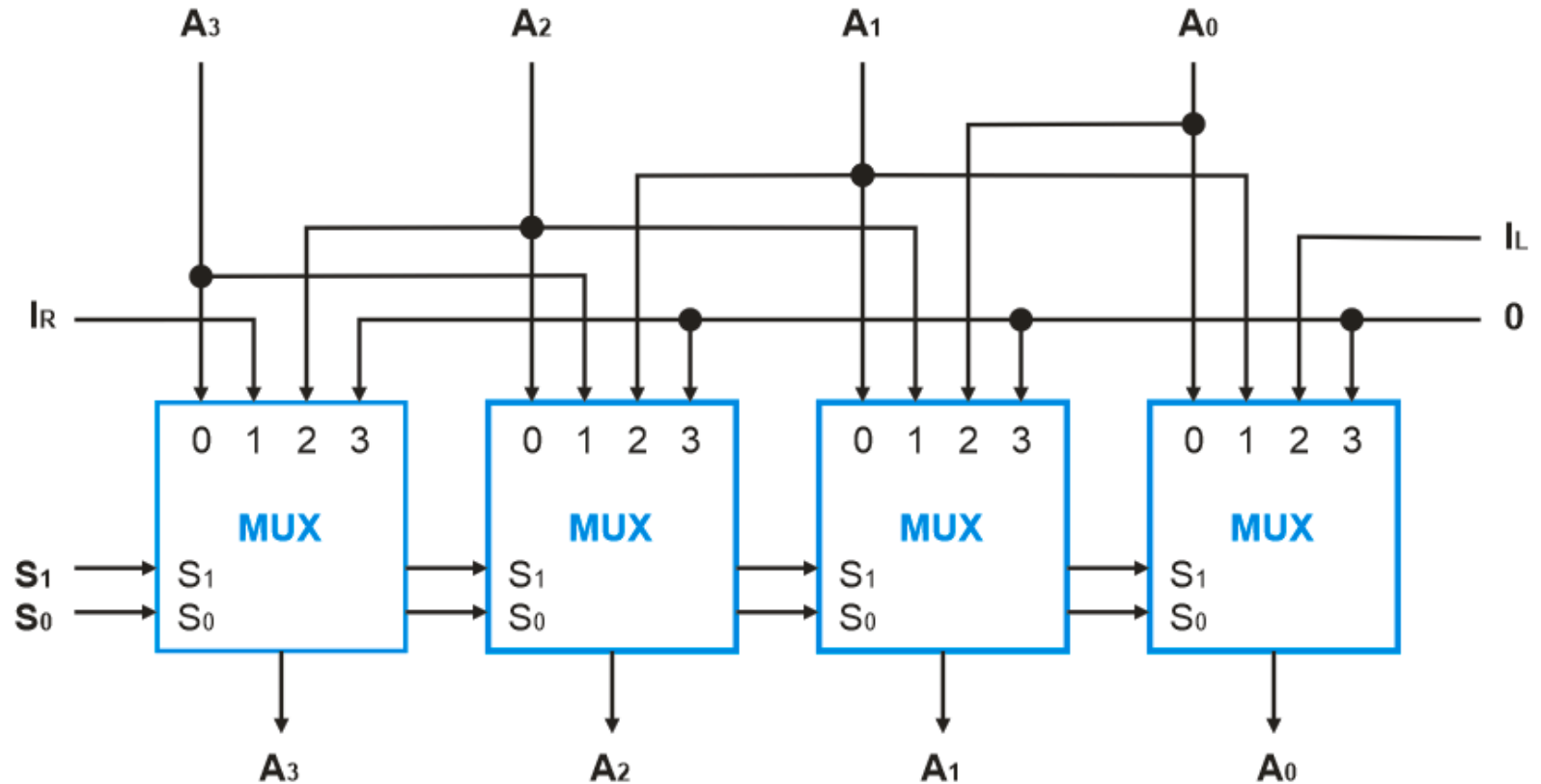
- mreža multipleksora:

S=0 bez posmaka

S=1 posmak udesno

S=2 posmak ulijevo

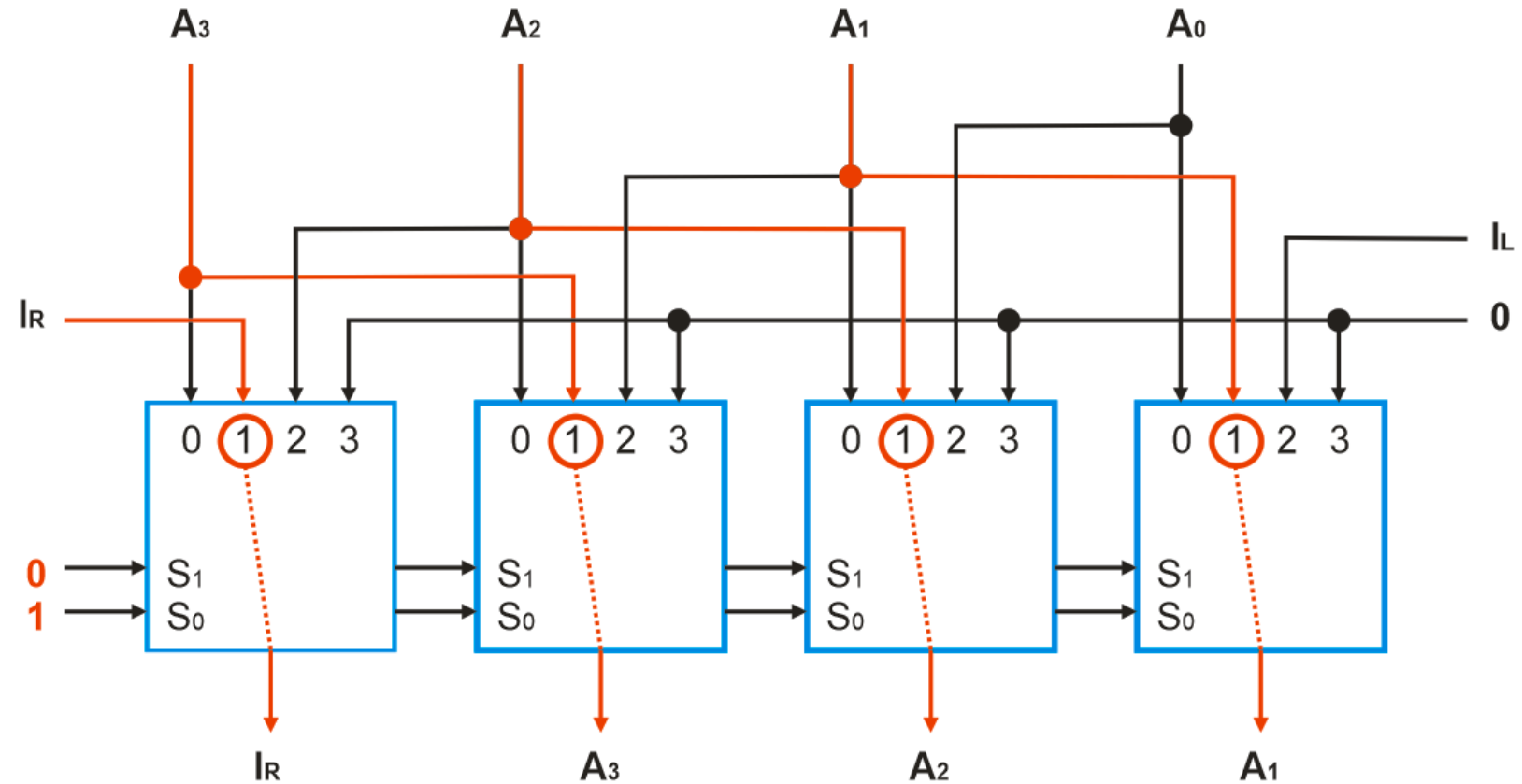
S=3 nula



Mreža multipleksora - primjer

- posmak udesno:

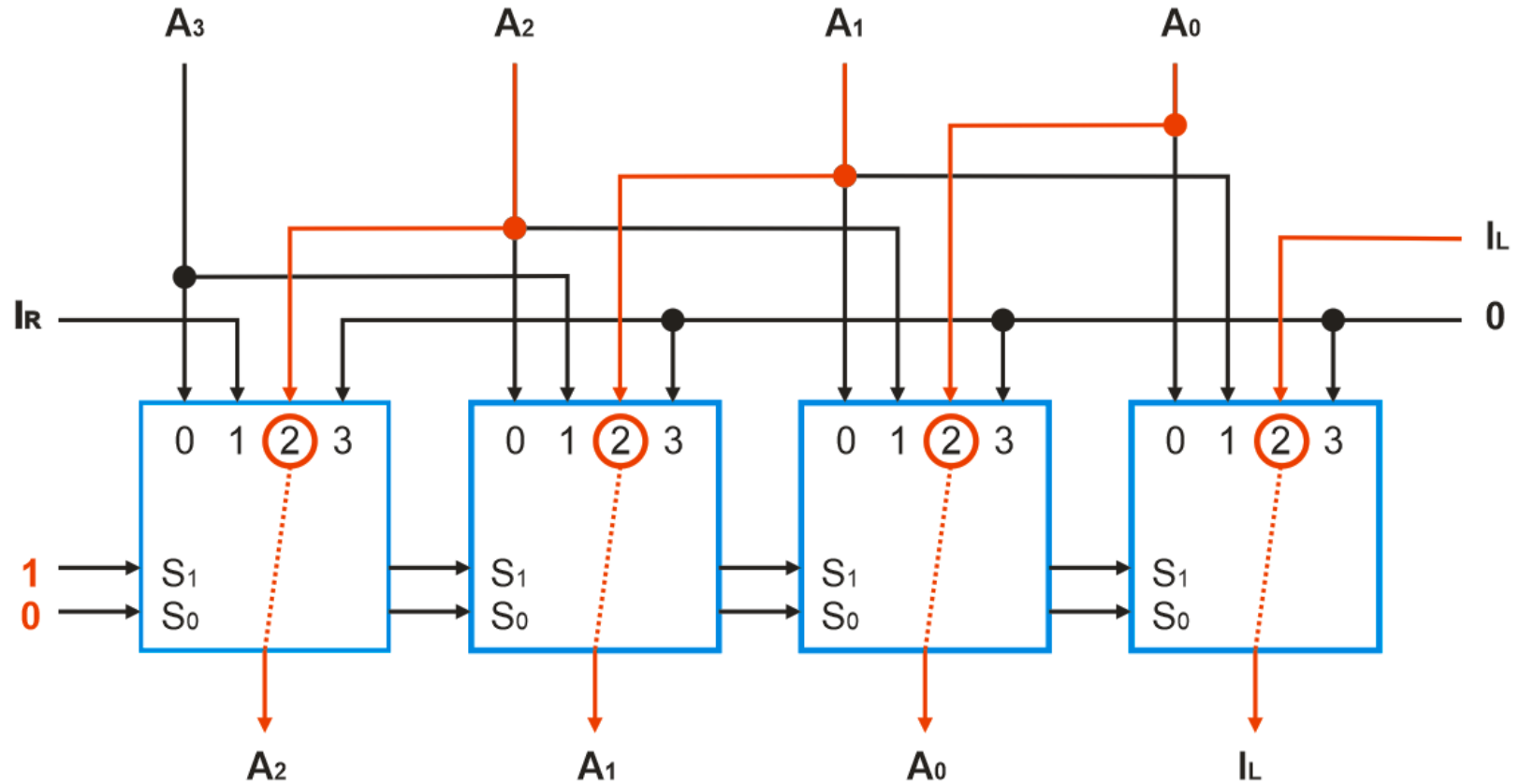
$S=1$ ($S_0=1$, $S_1=0$)



Mreža multipleksora - primjer

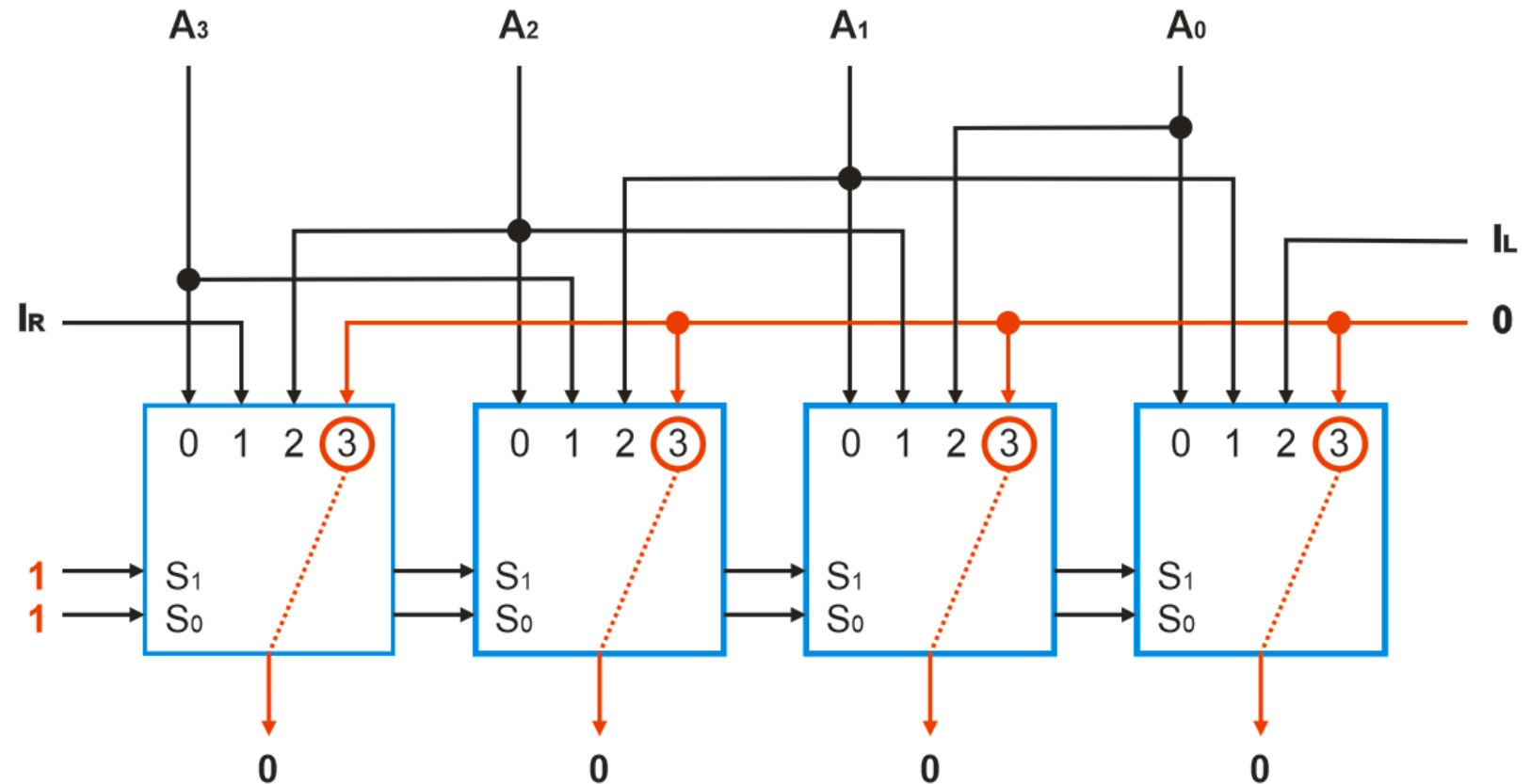
- posmak ulijevo:

$S=2$ ($S_0=0$, $S_1=1$)



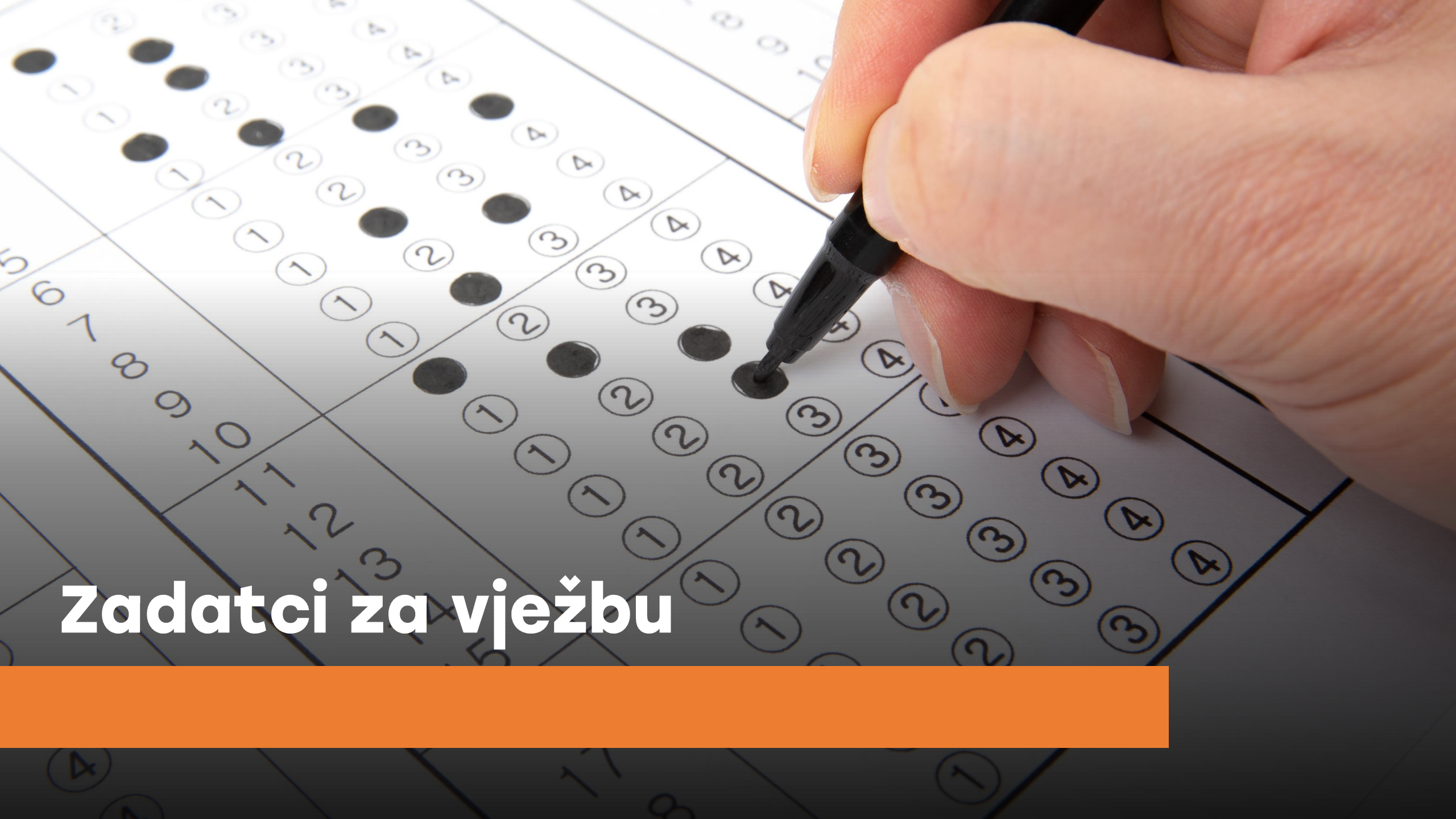
Mreža multipleksora - primjer

- nula:
 $S=3$ ($S_0=1$, $S_1=1$)





Aritmetički sklopovi



Zadatci za vježbu

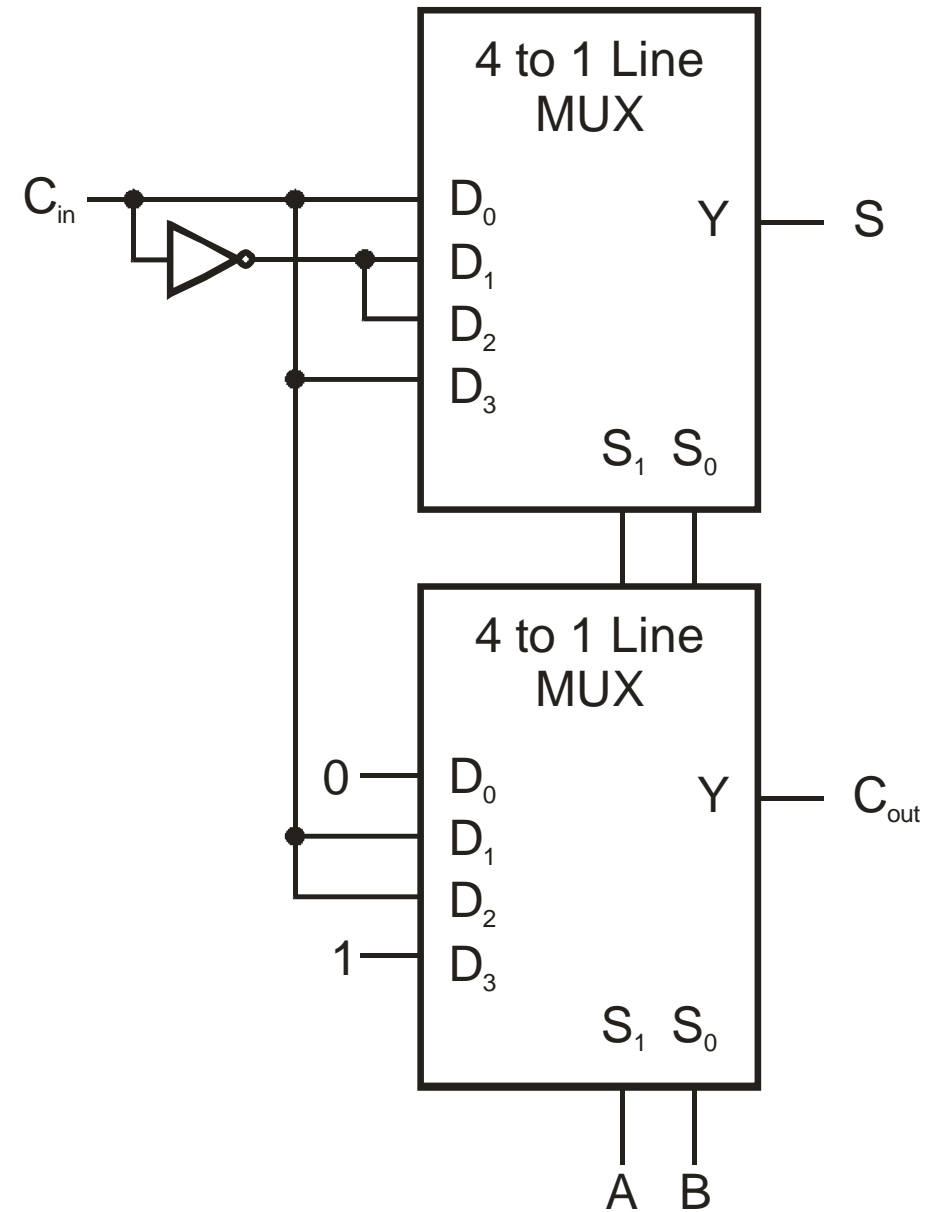
Zadatak

- Kreirajte **potpuno zbrajalo** korištenjem **multipleksora 4/1**
 - Napišite tablicu kombinacija
 - Nacrtajte sklop

Rješenje

Multipleksor 4/1 kao potpuno zbrajalo

A	B	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



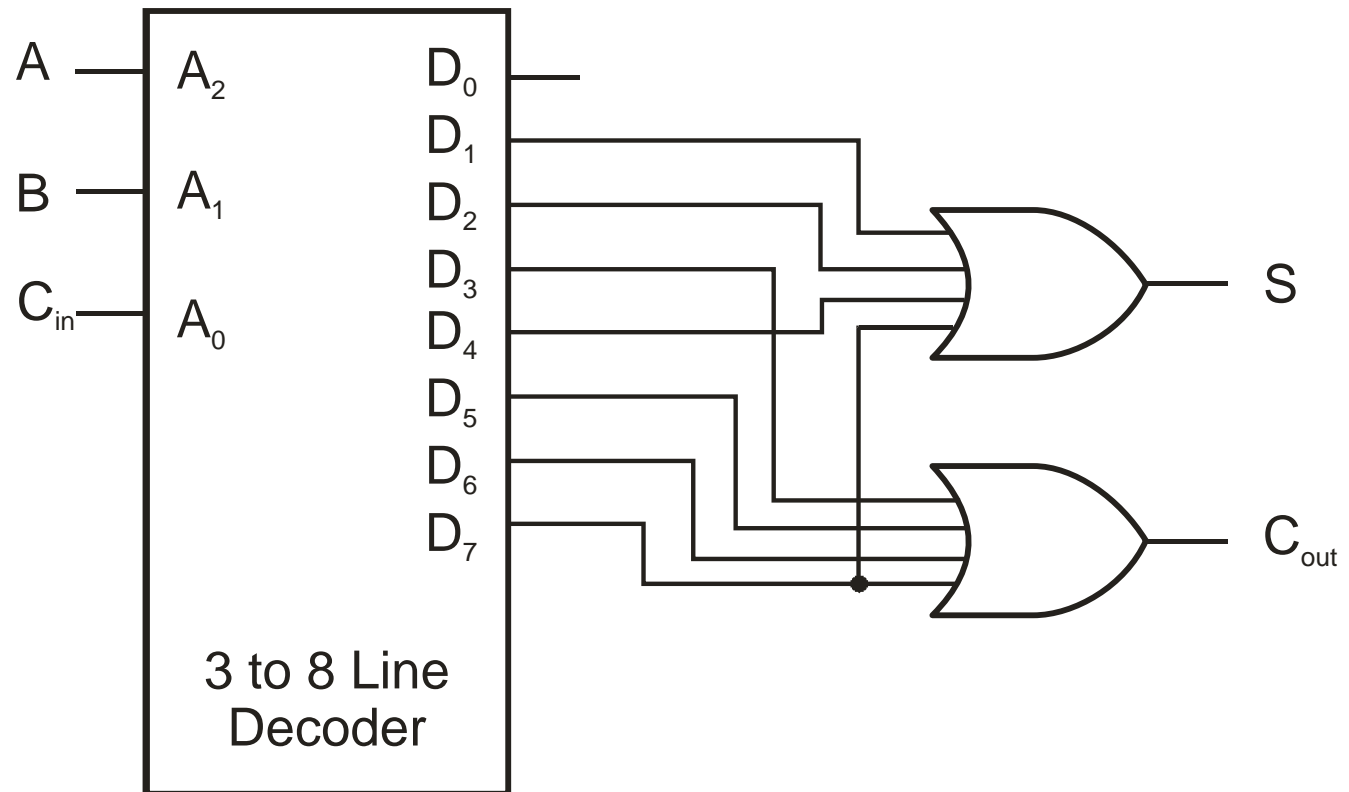
Zadatak

- Kreirajte potpuno zbrajalo korištenjem dekodera $3/8$
 - Napišite tablicu kombinacija
 - Nacrtajte sklop

Rješenje

Dekoder 3/8 kao potpuno zbrajalo

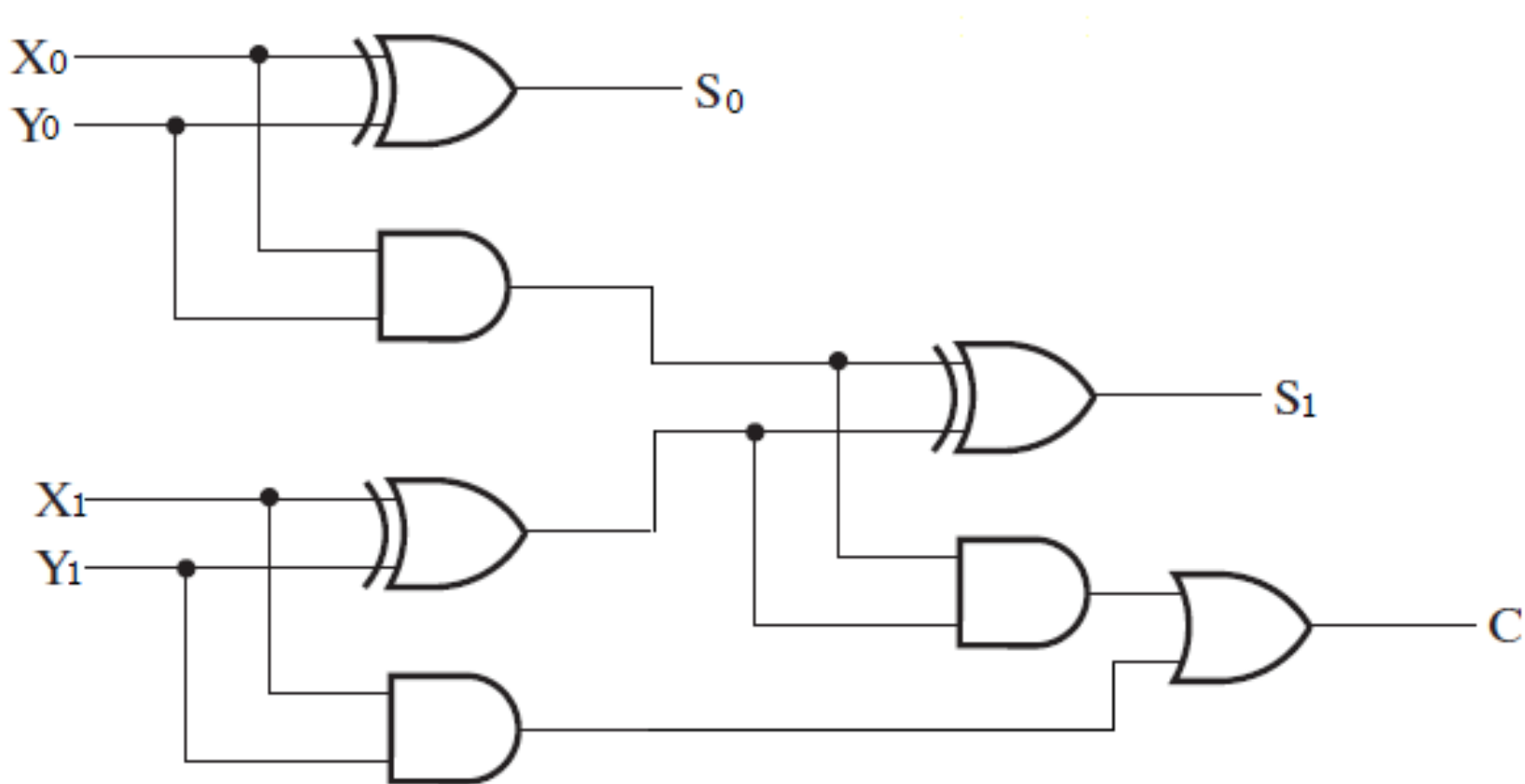
A	B	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



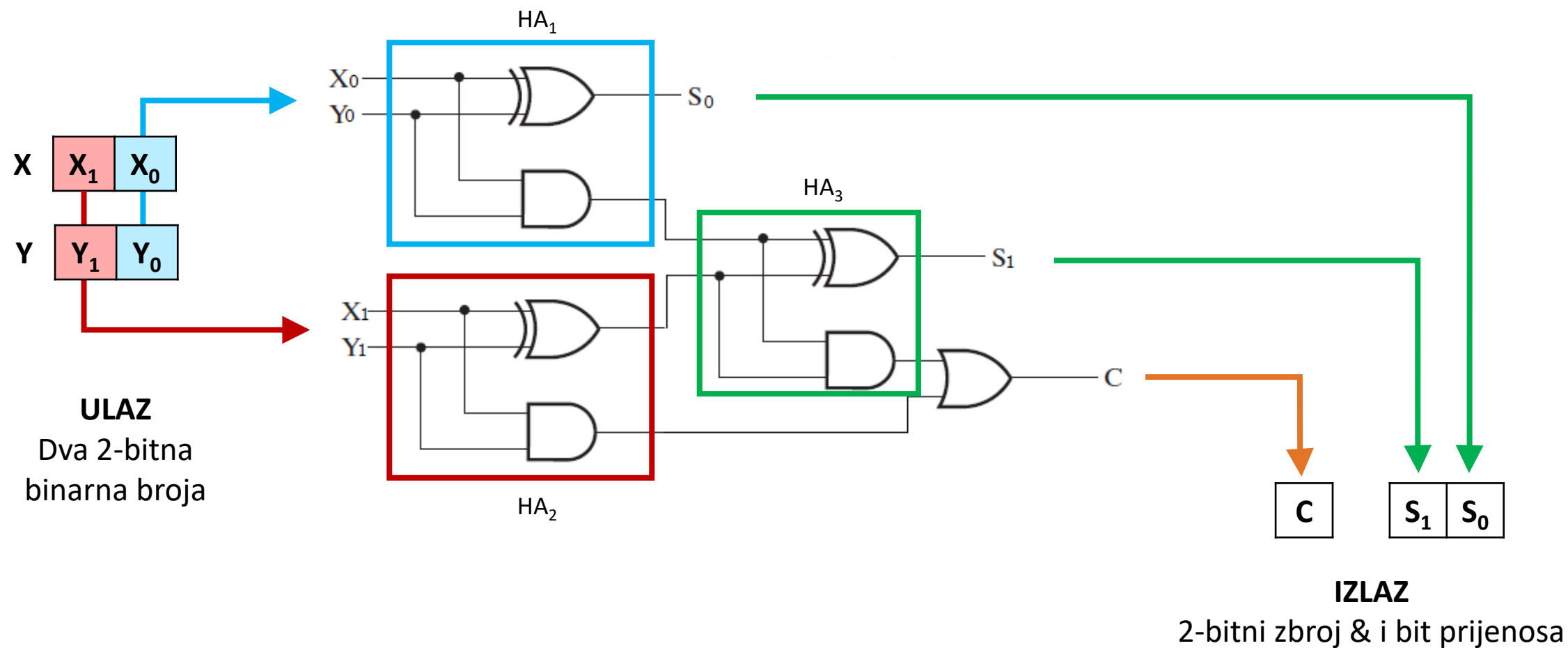
Zadatak

- Kreirajte kombinaćijski aritmetički sklop koji računa 2-bitni binarni zbroj S_1S_0 i prijenosni bit C , za dva ulazna 2-bitna broja X_1X_0 i Y_1Y_0
- Dizajnirajte cijeli sklop koristeći **tri poluzbrajala** implementirana samo sa I, ILI i EX-ILI sklopovima

Rješenje (shema sklopa)



Rješenje (obrazloženje)



Primjeri zadataka s prethodnih ispita*

Ishod učenja 6 – 9 bodova - 25 min

1. **[I6_M, 2 boda]** Nacrtajte simbol (0,5 bodova), tablicu stanja (0,5 bodova) i logičku shemu nepotpunog zbrajala (1bod))
2. **[I6_M, 3 boda]** Objasnite razliku u načinu realizacije sklopa za zbrajanje i sklopa za oduzimanje (2 boda). Čemu služi XOR u sklopu za zbrajanje/oduzimanje (1 bod)
3. **[I6_Ž, 4 boda]** Pomoću simbola potpunih zbrajala realizirajte shemu sklopa za paralelno zbrajanje (2 boda). Na nacrtanoj shemi prikažite postupak zbrajanja brojeva $20+19$. (2 boda)

* Primjer ispita je ilustrativan. Vrste zadataka na budućim brzim testovima i ispitima mogu biti drugačije.

LITERATURA

- U. Peruško, V. Glavinić: Digitalni sustavi
 - 287-296